

UNIVERSITY OF CRETE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND APPLIED MATHEMATICS
APPLIED ALGEBRA - MEM244 (FALL SEMESTER 2018-19)
LECTURER: G. KAPETANAKIS

4th set

Exercise 1. Let C be the linear code over \mathbb{F}_9 with parity-check matrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix},$$

where α is a root of $X^2 + 1 \in \mathbb{F}_3[X]$. Find two non-zero codewords of C of minimum weight.

Exercise 2. Let G and G' be generator matrices of the linear code C . Show that if both G and G' are in standard form then $G = G'$.

Exercise 3. Let C_i , $i = 1, 2$ be linear codes over \mathbb{F}_q with parameters $[n_i, k_i, d_i]$ respectively. The direct sum $C_1 \oplus C_2$ is a subspace of $\mathbb{F}_q^{n_1+n_2}$. Show that $C_1 \oplus C_2$ is an $[n_1 + n_2, k_1 + k_2, \min\{d_1, d_2\}]$ linear code over \mathbb{F}_q .

Exercise 4. Construct a binary code C of length 6 as follows: for every $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{F}_2^3$, construct a 6-bit word $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \in C$, where

$$x_4 = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$x_5 = x_1 + x_3,$$

$$x_6 = x_2 + x_3.$$

1. Show that C is a linear code.
2. Find a generator matrix and a parity-check matrix for C .

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΑΛΓΕΒΡΑ - ΜΕΜ244 (ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2018-19)
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Γ. ΚΑΠΕΤΑΝΑΚΗΣ

4ο σετ ασκήσεων

Άσκηση 1. Έστω C ο γραμμικός κώδικας υπέρ του \mathbb{F}_9 με πίνακα ελέγχου

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \alpha & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix},$$

όπου α ρίζα του $X^2 + 1 \in \mathbb{F}_3[X]$. Βρείτε δυο μη μηδενικές κωδικολέξεις του C ελάχιστου βάρους.

Άσκηση 2. Έστω G και G' γεννήτορες πίνακες του γραμμικού κώδικα C . Δείξτε ότι αν αμφότεροι οι G και G' είναι σε κανονική μορφή, τότε $G = G'$.

Άσκηση 3. Έστω C_i , $i = 1, 2$ γραμμικοί κώδικες πάνω από το \mathbb{F}_q με παραμέτρους $[n_i, k_i, d_i]$ αντίστοιχα. Βλέπουμε το εξωτερικό ευθύ άθροισμα $C_1 \oplus C_2$ ως υπόχωρο του $\mathbb{F}_q^{n_1+n_2}$. Αποδείξτε ότι ο $C_1 \oplus C_2$ είναι ένας $[n_1 + n_2, k_1 + k_2, \min\{d_1, d_2\}]$ γραμμικός κώδικας πάνω από το \mathbb{F}_q .

Άσκηση 4. Κατασκευάστε έναν δυαδικό κώδικα C μήκους 6 σύμφωνα με τον παρακάτω κανόνα: για κάθε $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{F}_2^3$, κατασκευάστε μια λέξη μήκους 6 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \in C$, όπου

$$x_4 = x_1 + x_2 + x_3,$$

$$x_5 = x_1 + x_3,$$

$$x_6 = x_2 + x_3.$$

1. Δείξτε ότι ο C είναι γραμμικός κώδικας.
2. Βρείτε έναν γεννήτορα πίνακα και έναν πίνακα ελέγχου του C .