

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
 ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
 ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ - MEM241 (ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2018-19)
 ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Γ. ΚΑΠΕΤΑΝΑΚΗΣ

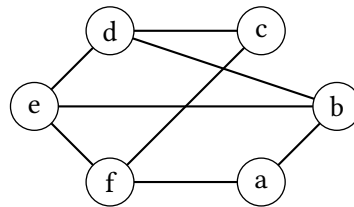
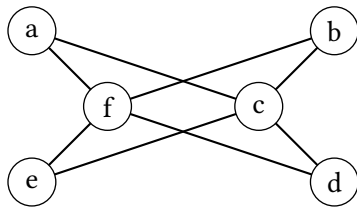
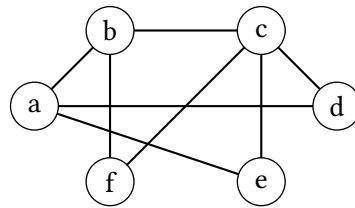
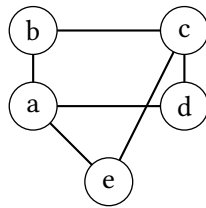
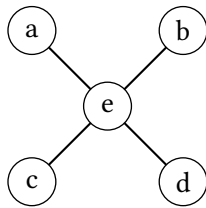
4ο σετ ασκήσεων (Διμερή γραφήματα και ταιριάσματα)

Άσκηση 1. Από το Μ. Κολουντζάκης και Χ. Παπαχριστόδουλος, *Διακριτά Μαθηματικά*, δείτε τις ασκήσεις του Κεφαλαίου 6.

Άσκηση 2. Δείτε ξανά όλες τις ασκήσεις που διατυπώθηκαν (λυμένες και μη) στις παραδόσεις.

Άσκηση 3. Δείξτε ότι ένα γράφημα είναι διμερές αν και μόνο αν δεν περιέχει κύκλο περιττού μήκους.

Άσκηση 4. Βρείτε τον χρωματικό αριθμό των παρακάτω γραφημάτων και εξετάστε αν είναι διμερή.



Άσκηση 5. Μια εταιρεία έχει 5 εργαζόμενους: Ζηνοβία, Αχιλλέας, Σταμάτης, Τάσος και Μαρία. Κάθε εργαζόμενος θα αναλάβει ένα από τα παρακάτω πόστα: Σχεδιασμός, Δημόσιες σχέσεις, Πωλήσεις, Μάρκετινγκ, Ανάπτυξη, Βιομηχανικός σχεδιασμός.

Η Ζηνοβία μπορεί να αναλάβει Σχεδιασμό, Πωλήσεις ή Βιομηχανικό σχεδιασμό. Ο Αχιλλέας μπορεί να αναλάβει Σχεδιασμό ή Ανάπτυξη. Ο Σταμάτης μπορεί να αναλάβει Δημόσιες σχέσεις, Πωλήσεις ή Βιομηχανικό σχεδιασμό. Ο Τάσος μπορεί να αναλάβει Σχεδιασμό, Πωλήσεις ή Βιομηχανικό σχεδιασμό. Τέλος, η Μαρία μπορεί να αναλάβει Σχεδιασμό, Δημόσιες σχέσεις, Πωλήσεις ή Βιομηχανικό σχεδιασμό.

- i. Μοντελοποιήστε τις ικανότητες των εργαζομένων σε ένα διμερές γράφημα.

- ii. Δώστε σε κάθε εργαζόμενο ένα πόστο που μπορεί να αναλάβει.

Άσκηση 6. Αφού βρείτε την κάτοψη του σπιτιού σας (ή κάποιου άλλου κτηρίου/διαμερίσματος) αποδείξτε αν υπάρχει ή όχι τρόπος να διασχίσει κανείς τις πόρτες του σπιτιού σας ακριβώς μια φορά την κάθε μία. Γίνεται το δωμάτιο αφετηρίας και τερματισμού να είναι το ίδιο;

Άσκηση 7. Στο Καλίνινγκραντ (όπως λέγεται πλέον το Κόνιγκσπεργκ), υπάρχουν πλέον δύο νέες γέφυρες από το νησί Λόμσε, μια προς το άλλο νησί και μια προς τη νότια μεριά της πόλης. Υπάρχει τρόπος να περάσει κανείς από τις εννιά γέφυρες ακριβώς μια φορά;

Άσκηση 8. Στο σκάκι το αλόγο κάνει κίνηση τύπου Γ (δύο τετράγωνα προς μια κατεύθυνση και ένα αριστερά ή δεξιά από την αρχική του κατεύθυνση). Ο *περίπατος του αλόγου* είναι μια σειρά κινήσεων με τις οποίες το αλόγο περνάει από όλα τα τετράγωνα μιας σκακιέρας ακριβώς μια φορά. Αν αμέσως μετά το αλόγο μπορεί να επιστρέψει στην αρχική του θέση ο περίπατος ονομάζεται *κυκλικός*.

- i. Χρησιμοποιώντας γραφήματα, διατυπώστε το πρόβλημα της ύπαρξης ή μη (κυκλικού) περιπάτου αλόγου σε μια $m \times n$ σκακιέρα.
- ii. Δείξτε ότι υπάρχει περίπατος αλόγου σε 3×4 σκακιέρα.
- iii. Δείξτε ότι δεν υπάρχει περίπατος αλόγου σε 3×3 σκακιέρα.
- iv. Δείξτε ότι δεν υπάρχει περίπατος αλόγου σε 4×4 σκακιέρα.

Άσκηση 9. Έστω γράφημα $G = (V, E)$ που περιέχει κύκλο Hamilton. Δείξτε ότι υπάρχει 2-κανονικό συνεκτικό υπογράφημα $H = (V, E')$ του G , τέτοιο ώστε $|V| = |E'|$.

Άσκηση 10. Αφού κατασκευάσετε το αντίστοιχο γράφημα, βρείτε τον ελάχιστο αριθμό χρωμάτων που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε σε έναν χάρτη των Βαλκανίων, ώστε δυο χώρες που συνορεύουν να έχουν διαφορετικό χρώμα.