

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ - Α32 (ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2019-20)
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Γ. ΚΑΠΕΤΑΝΑΚΗΣ

4ο σετ ασκήσεων

Άσκηση 1. Βρείτε όλα τα $k \in \mathbb{N}$ τέτοια ώστε να υπάρχει δυαδικός κυκλικός $[9, k]$ -κώδικας. Πόσοι κυκλικοί δυαδικοί κώδικες μήκους 9 υπάρχουν;

Άσκηση 2. Έστω C q -δικός κυκλικός $[n, k]$ -κώδικας, όπου $(n, q) = 1$, με γεννήτορα $g(X)$. Δείξτε ότι $(1, 1, \dots, 1) \in C \iff X-1 \nmid g(X)$.

Άσκηση 3. i. Δείξτε ότι ένας δυαδικός $[2^r - 1, 2^r - 1 - r, 3]$ -κώδικας είναι υποχρεωτικά ο $\text{Ham}(r, 2)$.
ii. Έστω $\alpha \in \mathbb{F}_{2^r}$ πρωταρχικό και $g(x) = \min(\alpha, \mathbb{F}_q)$. Αν C ο δυαδικός κυκλικός κώδικας μήκους $2^m - 1$ που γεννιέται από το $g(x)$, δείξτε ότι ο C είναι ο $\text{Ham}(r, 2)$.

Άσκηση 4. Έστω C_i q -δικός κυκλικός κώδικας μήκους n με γεννήτορα πολυώνυμο το $g_i(x)$, για $i = 1, 2$.

- i. Δείξτε ότι $C_1 \cap C_2$ και $C_1 + C_2$ κυκλικοί κώδικες.
- ii. Βρείτε τους γεννήτορες των $C_1 \cap C_2$ και $C_1 + C_2$.

Άσκηση 5. Έστω C ο δυαδικός $[7, 4]$ -Hamming κώδικας που γεννιέται από το $g(x) = 1 + x + x^3$. Αποκωδικοποιήστε τις παρακάτω λέξεις με την μέθοδο error trapping:

- i. 1101011,
- ii. 0101111,
- iii. 0100011.

Άσκηση 6. Έστω C q -δικός κυκλικός $[q + 1, 2, q]$ -κώδικας. Δείξτε ότι q άρτιος.

Άσκηση 7. Έστω $n \in \mathbb{N}$ και $\ell \mid n$. Ένας q -δικός γραμμικός κώδικας λέγεται ℓ -σχεδόν κυκλικός αν

$$(c_0, c_1, \dots, c_{n-1}) \in C \implies (c_{n-\ell}, c_{n-\ell+1}, \dots, c_{n-1}, c_0, c_1, \dots, c_{n-\ell-1}) \in C.$$

Δείξτε ότι C ℓ -σχεδόν κυκλικός $\iff C^\perp$ ℓ -σχεδόν κυκλικός